

עלון

אישהח"מ

עלון האיגוד הישראלי לשיטות חישוביות במכניקה

מספר 6

אוקטובר 2001

עורך: דן גבעולי, הפקולטה להנדסת אוירונאוטיקה וחלל, טכניון, חיפה 32000, טל. 8293814 (04), פקס 8231848 (04), דואר אלקטרוני: givolid@aerodyne.technion.ac.il
חברי ועד אישהח"מ: עמנואל אור, מיכאל אנגלמן, פנחס בר-יוסף (נשיא), מישל ברקובייד, דן גבעולי (נציג ב-IACM), יצחק הררי (מנהל אתר האינטרנט), זוהר יוסיבש (מזכיר-גזבר).

אתר אישהח"מ (IACMM) באינטרנט: <http://www.iacmm.org.il>
רישום לחברות באגודה ופרטים נוספים: באתר האגודה הנ"ל, או פנו למזכיר-גזבר, ד"ר זוהר יוסיבש, המחלקה להנדסת מכונות, אוניברסיטת בן-גוריון בנגב, באר שבע 84105, טל. 6477103 (07), פקס 6472813 (07), דואר אלקטרוני: zohary@pversion.bgu.ac.il

הערות העורך:

נא שלחו לכתובת המערכת (בדואר אלקטרוני או רגיל) חומר לפרסום בעלון. ניתן ורצוי לצרף ציורים ותמונות. לידיעת חברות - ניתן גם לפרסם חומר מסחרי- פרסומי בתשלום. לפרטים נא לפנות למערכת. גירסה צבעונית של עלון זה מופיעה באתר האגודה (ראה לעיל).

בגליון זה

המאמר המופיע להלן הוצג ב-ISCAM-10 ע"י פרופ' דניאל ריטל (בתמונה). המערכת מודה לכותבים ומזמינה גם מציגים עתידיים ב-ISCAM לשלוח סיכומים דומים לפרסום.

שיטה לחישוב החסינות לשבר דינמי תוך שימוש בדגמי קורה קצרים

ג. ויסברוד וד. ריטל
הפקולטה להנדסת מכונות, טכניון
merittel@tx.technion.ac.il, weisbrod@rafael.co.il



1. הקדמה

אפיון תכונות שבירה דינמית של חומרים מציבה אתגר למהנדס במישור התיאורטי והנסיוני.

יום העיון ה-11 של אישהח"מ (ISCAM-11)

ISCAM-11 יתקיים באוקטובר 2001 באוניברסיטת בן-גוריון בנגב. המארגן המקומי הוא ד"ר זוהר יוסיבש. תוכנית יום-העיון מצורפת לעלון זה. כולכם מוזמנים!

הסטוריה של ימי העיון של אישהח"מ

ניתן לטכס בגאווה את ההסטוריה של 10 ימי העיון של אישהח"מ שנערכו עד כה - כולם בהצלחה רבה:

1. דצמבר 1995, טכניון, חיפה
2. אוקטובר 1996, אוני' ת"א
3. אפריל 1997, טכניון, חיפה
4. אוקטובר 1997, אוני' בן-גוריון, באר שבע
5. אפריל 1998, אוני' ת"א
6. אוקטובר 1998, טכניון, חיפה
7. אפריל 1999, אוני' בן-גוריון, באר שבע
8. ינואר 2000, האוני' העברית, ירושלים
9. אוקטובר 2000, טכניון, חיפה
10. מרץ 2001, אוני' ת"א

2.2 העומס הדינמי

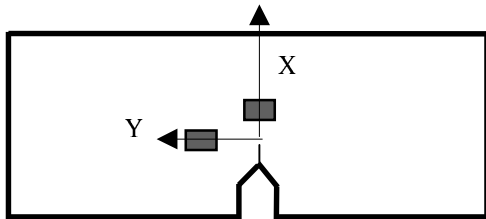
בפגוע הקליע במוט ההעמסה מתקדם במוט זה גל מאמץ מסוג לחיצה (ϵ_{in}). בהגיע פולס זה לפן הביניים בין המוט לדגם, מוחזר חלק מפולס זה כגל מאמץ מתיחה (ϵ_{ref}) אל מוט ההעמסה. ההפרש שבין שני גלי מאמץ אלה הוא גל המאמץ בו הועמס הדגם. העומס הדינמי $F(t)$ מחושב משני הפולסים הנ"ל (אשר נמדדים באופן בלתי תלוי בעזרת מדי עיבור) תוך שימוש בתאוריה חד-ממדית של התפשטות גלים אלסטית כך ש-:

$$F(t) = AE[\epsilon_{in}(t) + \epsilon_{ref}(t)] \quad (1)$$

כאשר E מודול האלסטיות ו- A שטח חתך מוט ההעמסה.

2.3 קביעת הזמן לשבר

מדידה או קביעת הזמן בו החל הסדק להתקדם, נעשתה ברוב הניסויים בעזרת מדי שבירה חד חוטיים (f, g). אשר הודבקו בקצה הסדק משני צידי הדגם. מדי שבירה אלה יוצרים פולס מדרגה חשמלי ברגע קריעתם אשר נקלט באוסצילוסקופ דיגיטלי. המרחק שבין קצה הסדק לבין מד השבירה נשמר למינימום של כ- 0.1 מ"מ. בוצעו מספר ניסויים אשר בהם בצידו האחד של הדגם הודבק מד שבירה (f, g) ובצידו השני מד עיבור (s, g) וזאת כדי לאמת את התוצאות המתקבלות בשתי שיטות שונות. מדי השבירה הודבקו במרחק שבין 0.5 מ"מ ל- 1 מ"מ מקצה הסדק בזווית של $\theta=0$ או $\theta=2\pi$ כנראה באיור 1. מיקומם של מדי העיבור נקבע באופן כזה שיהיו מחוץ לאזור



איור 1: המודל ומדידי העיבור ליד קצה הסדק.

הפולסטי, כך שמדידת העיבור תהיה אמינה ומושפעת במינימום האפשרי משגיאות מדידה בתחום הסינגולרי. ירידה פתאומית ברמת הסינגול המתקבל ממד העיבור מאפשרת לקבוע את הזמן בו החל הסדק להתקדם.

3. תיאור החסינות לשבר דינמי - שיטת האנליזה

3.1 מודל אלמנטים סופיים

מקדם עוצמת המאמץ הדינמי $K_I(t)$ מחושב תוך שימוש בנוסחת Irwin (1957), אשר מקשרת בין פתיחת הסדק (COD) לבין מקדם זה. השיטה היא שיטת התזוזות (displacement method) המקשרת בין התזוזה הדינמית אשר מחושבת באלמנטים סופיים, לבין מקדם עוצמת המאמץ. עבור מצב עיבורים מישורי מתקבל:

בהשוואה לתחום המבוסס של מכניקת השבר לינארית אלסטית סטטית, הנושא הדינמי עדיין בשלבי התפתחות. לאילוצים נסיוניים של הזמנים הקצרים האופייניים (מיקרו שניות בודדות) יכולה להתווסף מגבלה של ממדי דגם זעירים. לדוגמא, מוט גילי בקוטר של כ-25 מ"מ, העשוי נתך כבד, מציב מגבלה על הוצאת דגמים בכיוון הרדיאלי. לפיכך, המחקר עוסק בחסינות לשבר דינמי של דגמי קורה קצרים, במוד I , של סגסוגת כבדה על בסיס טונגסטן. מטודולוגיית המחקר מבוססת על שילוב שבין ניסוי לשיטה נומרית (אלמנטים סופיים) ונשענת על הנחות של מכניקת שבר אלסטית-לינארית. מקדם עוצמת המאמץ בקצה הסדק הינו תוצאה של מכפלת קונבולוציה בין העומס האמיתי המופעל כתנאי שפה, לבין תגובת הדגם לכניסת אימפולס בעוצמת יחידה. בכך מצטמצם החישוב הנומרי למינימום הנדרש. החסינות לשבר הנה ערכו של מקדם עוצמת המאמץ כשהסדק מתחיל להתקדם.

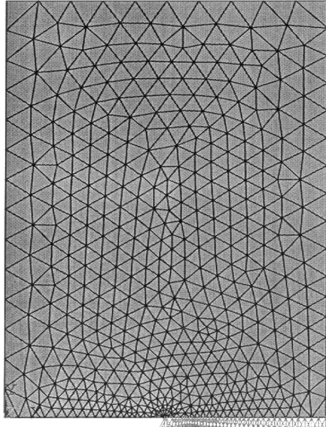
כדי לבדוק את נכונותו של הפתרון הנומרי נפתרה באופן אנליטי בעיית מבחן, הקרובה למקרה שנדון ואשר עבורה קיים פתרון בספרות (Kishimoto et al., 1990). השוואה נוספת להוכחת יעילות ונכונות השיטה, בוצעה אל מול מקדם עוצמת המאמץ שנמדד ישירות, בעזרת מדי עיבור קטנים שהודבקו בקצה הסדק.

2. מערכת הניסוי

מהניסוי מתקבלים שני פרמטרים: האחד הוא העומס הדינמי $F(t)$ בו הועמס הדגם (תנאי שפה) והפרמטר השני הוא הזמן t בו החל הסדק להתקדם. מערכת הניסוי מורכבת ממוט העמסה הממוסב בין שלושה מסבי החלקה. פולס העמסה נוצר על ידי נגיפה צירית במוט ההעמסה, של קליע גילי הנורה באמצעות תותח פנאומטי. מוט ההעמסה והקליע עשויים מסגסוגת טונגסטן כדגם הנבדק. שבירת הדגם הנה תוצאה של גלי מאמץ הגורמים לשבירה דינמית אנרציאלית בנקודת מגע אחת (1PB) בדומה לתהליך שחקר Giovanola (1986). יש לשים לב כי הדגם לא נתמך וכתוצאה תנאי השפה פשוטים בהרבה בהשוואה לשיטות אחרות.

2.1 החומר ודגמי הניסוי

דגמי הניסוי הם מסוג צ'רפי קצר (short Charpy). כל הדגמים עוייפו בהתאם להמלצות תקן ASTM E-399 עד לקבלת סדק התעייפות בולט באורך אופייני של 0.5 מ"מ על שפות הדגם בהמשכו של החריץ המקורי. חומר הדגמים הוא נתך כבד על בסיס טונגסטן בהרכב של 90W-7Ni-3Fe (יחס משקלי) המסונטר בפאזה נוזלית.



איור 2: רשת חצי הדגם ותנאי השפה.

באשר * היא מכפלת הקונבולוציה.

4. תוצאות

להוכחת השיטה שתוארה, נציג שלושה סוגי תוצאות. הראשונה היא נומרית טהורה ומטרתה להציג את דיוק המודל הנומרי. השנייה היא השוואה בין תוצאה נומרית ואנליטית. לבסוף, נציג השוואה בין תוצאות ניסויית לבין סימולציה נומרית.

4.1 תוצאות נומריות – קונבולוציה בהשוואה לחישוב מלא:

התזוזה הדינמית $\hat{v}(t)$ לכניסת הלם חושבה בעזרת אלמנטים סופיים, בדגם בעל סדק באורך של 5 מ"מ, ברדיוס $r = 0.5 \text{ mm}$ מקצה הסדק ובזווית $\theta = \pi$. השוואה בין התזוזה הדינמית $v(t)$ כפי שחושבה באנליזה מלאה באלמנטים סופיים לבין אותה התזוזה כפי שהתקבלה לאחר ביצוע מכפלת קונבולוציה הראתה התאמה מצויינת. התאמה זו, שהיא כמובן צפויה, מאשרת את השימוש במכפלת קונבולוציה לחישוב התזוזה ובעקיפין את מקדם עוצמת המאמץ $K_I(t)$.

4.2 פתרון נומרי בהשוואה לפתרון אנליטי

השוואה בין הפתרון הנומרי לבין פתרון אנליטי למקרה דומה, נעשתה ע"פ מאמרו של Kishimoto et al. (1990). בפתרון זה נעשתה הנחה לפיה הדגם מתנהג כקורת אוילר-ברנולי. הדגם במקרה שלנו קצר ואינו מקיים הנחות אלה, גם לא בקרוב. על מנת להתגבר על הנחה זו והיות וחלק מהפתרון האנליטי הוא חישוב התדרים העצמיים של הדגם מתוך משוואות התזוזות של קורת אוילר-ברנולי, חושבו התדרים העצמיים האמיתיים, באנליזה מודלית (בתוכנת אלמנטים סופיים).

$$\text{COD}(t)_{(r,\theta=0)} = K_I(t) \frac{8(1-\nu^2)}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \quad (2)$$

, כתוצאה מסימטריית הבעיה, $V(t) = \text{COD}(t)/2$

$$K_I(t) = \frac{V(t)E}{4(1-\nu^2)} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \quad (3)$$

$V(t)$ היא התזוזה האנכית ברדיוס r הקרוב לקצה הסדק ובזווית $\theta = \pi$.

התזוזה האנכית $V(t)$ מתקבלת מפתרון משוואת התנועה הליניארית עבור גוף חופשי בעל סדק ניח:

$$[M]\{\ddot{V}\} + [K]\{V\} = F(t) \quad (4)$$

$[K]$ ו- $[M]$ הן מטריצת המסה ומטריצת הקשיחות בהתאמה, \ddot{V} הוא התאוצה.

משוואה (4) נפתרה בשיטת Newmark

(Newmark time integration method) עם

מקדמי אינטגרציה של $\delta = 0.5$ ו- $\alpha = 0.2$

(Bathe, 1982). שיטה זו היא שיטת אינטגרציה ישירה ויתרונה בכך שהיא יציבה ללא תנאי צעד

הזמן נקבע ל- $0.5 \mu\text{s}$. עקב תנאי סימטרייה

בגיאומטריה, בכוח ובתנאי השפה נעשה מידול עבור חצי דגם ובכך נחסך זמן ומשאבי מחשב.

המודל הגיאומטרי נבנה כמודל דו-ממדי עם

תנאי שפה של גוף "חופשי" (PB1), במצב

עיבורים מישורי וכמודל אלסטי – ליניארי

(ANSYS).

על מנת לתאר את ההתנהגות הסינגולרית בקצה הסדק, נעשה שימוש באלמנט משולש איזופרמטרי

בעל 6 צמתים (Barsoum, 1976). בשיטה זו

העיבור לאורך השפות ובתוך האלמנט מתנהג כ-

$1/\sqrt{r}$. מודל לאחר רשות (684 אלמנטים ו-2113

צמתים) נראה באיור 2. רשות עדין יותר ניבדק

ללא שנוי בתוצאות.

3.2 חישוב מקדם עוצמת המאמץ $K_I(t)$ בעזרת מכפלת קונבולוציה

מכיוון שבמחקרים מסוג זה נדרשים ניסויים רבים ולמעשה חזרה על בצוע האנליזה הדינמית עבור כל דגם מחדש בתוכנת אלמנטים סופיים, ניצלנו את תכונת הליניאריות של המערכת. התהליך המוצע כולל ביצוע אנליזה דינמית באלמנטים סופיים פעם אחת, ובו חישוב התזוזה הדינמית

$\hat{v}(t)$ לכניסת הלם בעוצמת יחידה $\delta(t)$ (unit

impulse) עבור אורך סדק נתון. בצוע מכפלת

קונבולוציה בין תגובה זו לכניסת הלם לבין

הכוח האמיתי $F(t)$ נותן את התזוזה הדינמית

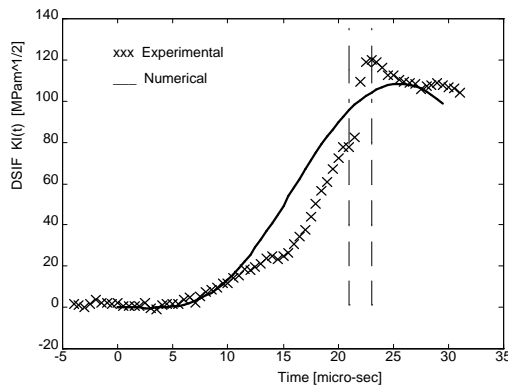
האמיתית $v(t)$, כפי שהייתה מתקבלת באנליזה

מלאה בתוכנת אלמנטים סופיים. בצורה

מתמטית:

$$V(t) = \hat{V}(t) * F(t) \quad (5)$$

באיור 4 נראה מקדם עוצמת המאמץ הדינמי כפי שהתקבל בשתי דרכים. האחד התקבל מהעיבוד



איור 4: השוואת מקדם עוצמת המאמץ הדינמי המתקבל ניסויית ונומריית.

הנמדד תוך שימוש בנוסחא סטנדרטית ל- $K_I(t)$ ואילו השני חושב מהכוח הנמדד ושימוש בשיטה המתוארת בסעיף 3 (משוואה 5). התוצאה מעידה על התאמה טובה בין שתי השיטות ולכן מחזקת את נכונות השיטה כפי שתוארה.

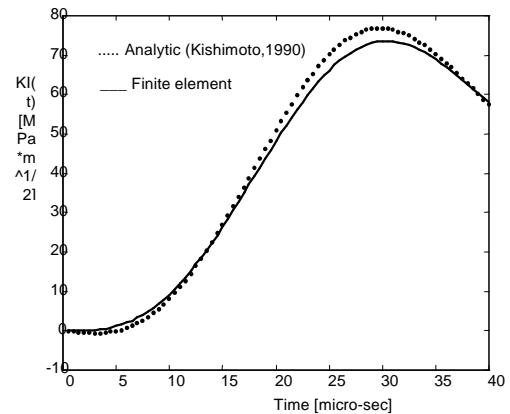
5. מסקנות

- א. פותחה גישה הבריידית לחישוב מקדם עוצמת המאמץ הדינמי $K_I(t)$ בשיטת אלמנטים סופיים.
- ב. השיטה פותחה עבור דגמי צירפי קצרים.
- ג. ניצול תכונת הלינאריות ושימוש במכפלת קונבולוציה מצמצמת את החישובים למינימום הנדרש.
- ד. השיטה נבדקה בהצלחה באמצעות פתרון אנליטי דומה ובאמצעות מדידה ישירה של העיבוד בקצה הסדק.
- ה. השיטה המתוארת קלה ליישום, זולה מבחינת משאבי חישוב ומאפשרת ניסויים הכוללים מספר רב של דגמים.

רשימת ספרות

- Barsoum, R.S.** (1978), "On the use of isoparametric finite elements in linear elastic fracture mechanics", *Int. J. Numer. Methods in Eng.*, Vol. 10, 25-37.
- Bathe, K.J.** (1982), *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice Hall Inc., Englewood Cliff, N.J.
- Irwin, G.R.** (1957), "Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate", *J. Appl. Mech.* Vol. 24, No. 3, 361-364.
- Kishimoto, K., Fujino, Y., Aoki, S. and Sakata, M.** (1990), "A simple formula for the dynamic stress intensity factor of an impacted freely supported bend specimen", *JSME Int. J. Series I*, Vol. 33, No.1.

באיור 3 נראית השוואה בין מקדם עוצמת המאמץ $K_I(t)$ המחושב אנליטית (לאחר הצבת



איור 3: השוואה של חישובי מקדם עוצמת המאמץ.

טובה בין שני הפתרונות עם הבדל הנובע משתי סיבות. הסיבה הראשונה היא שהמודל הנומרי בעל מספר דרגות חופש סופי ולכן קשיח יותר ובעל תזוזות קטנות יותר מאשר המודל האנליטי. מכיוון שקיים יחס לינארי בין התזוזות לבין מקדם עוצמת המאמץ, התוצאה המתקבלת בחישוב הנומרי הינה חסם תחתון לחישוב האנליטי. הסיבה השנייה נובעת מהנחות אוילר-ברנולי שאינן מתקיימות במקרה של דגם צירפי קצר ולמרות התיקון שנעשה עדיין הפתרון האנליטי אינו מדויק.

4.3 השוואה עם תוצאות ניסוייות

בתוצאות שנמדדו באחד מהניסויים, ניתן להבחין בפולס גל מאמץ נכנס ϵ_{in} ומוחרז ϵ_{ref} , פולס ממד השבירה וממד העיבוד. בניסוי זה מד העיבוד הודבק בזווית של $\theta = 0^\circ$ ורדיוס $r = 1 \text{ mm}$ ביחס לקצה הסדק. גל מאמץ נכנס מתחיל בזמן $t = 71 \mu\text{s}$ וגל מאמץ מוחזר בזמן $t = 239 \mu\text{s}$. הדגם כתוצאה מכך מועמס בגלי מאמץ בזמן $t = 155 \mu\text{s}$. התוצאות הראו שהתקדמות הסדק קורה $21 \mu\text{s}$ לאחר שהדגם מועמס בגלי מאמץ. בניסוי זה הסדק נעצר לפני מד העיבוד ולא גרם לקריעתו ולכן הנקודה בה החל הסדק להתקדם נראתה כירידה חדה בעיבוד הנמדד. התקבלה התאמה טובה בין הזמן לשבר שהתקבל ממד השבירה לבין זה שהתקבל ממד העיבוד ומאופיין בירידת רמת העיבוד הנמדד בקצה הסדק. קיים הבדל של בערך $3 \mu\text{s}$ בין שתי השיטות, היכול לנבוע מאי אחידות באורך הסדק בשני צידי הדגם ומכך שהסדק אינו מתקדם בחזית אחידה. הדגם מועמס בכוח תונד. השבר קורה בפיגור פאזה של כ- $10 \mu\text{s}$ ביחס לאמפליטודה המקסימלית של הכוח. עובדה זו מוכיחה את האופי הטרנזיינטי בניסויים מסוג זה של שבירה דינמית.