

# עלון

## אי שח"מ

### עלון האיגוד הישראלי לשיטות חישוביות במכניקה

מספר 34

מרץ 2016

**עורך:** אלעד פריאל, המחלקה להנדסת מכונות, המכללה האקדמית להנדסה סמי שמעון, באר-שבע 84100, טל. 6475884 (08), דואר אלקטרוני: eladp@sce.ac.il

**חברי ועד אישח"מ:** מיכאל אנגלמן, רמי בן-צבי, פנחס בר-יוסף, דן גבעולי, יצחק הררי, עמיאל הרשגה, יונתן טל (אחראי האתר), זהר יוסיבאש (נשיא), סלבה קרילוב (מזכיר-גזבר)

**איש-קשר עם ECCOMAS:** מישל ברקובייה

**ועדת ביקורת:** מחמוד ג'בארין ושמואל קידר

**אתר אישח"מ (IACMM) באינטרנט:** <http://www.iacmm.org.il>

**רישום לחברות באגוד ופרטים נוספים:** באתר האיגוד הנ"ל, או פנו למזכיר-גזבר, פרופ' סלבה קרילוב, טל. 054-7746664, דואר אלקטרוני: [krylov@tauex.tau.ac.il](mailto:krylov@tauex.tau.ac.il)

#### מ-"שולחן העורך":

תחום המכאניקה החישובית, כמו תחומי מדע ישומי אחרים, "חי" בשני מישורים. במישור האחד עוסקים חוקרים ומהנדסים בפיתוח שיטות חישוביות חדשות ובשיפור ויעול של שיטות קיימות. במישור השני עושים שימוש בכלים חישוביים על מנת לפתח טכנולוגיות חדשות ו/או לבצע מחקר שלא ניתן לביצוע בשימוש בשיטות אנליטיות או ניסוייות בלבד. באופן אידיאלי, שני המישורים הללו יצטלבו, יפרו ויזינו אחד את השני. בעלון הנוכחי מופיעים שני מאמרים קצרים ומעניינים המשקפים מישורים שונים אלו. מאמר אחד עוסק בניתוח של שיטת גלרקין לא רציפה עבור מערכות היפרבוליות בעוד המאמר השני דן בשימוש בשיטות חישוביות לאפיון התכונות המכאניות של עיטוף דלק גרעיני. אני רוצה להודות לדר' פבל טרפר ומר מתן טובול על נכונותם לכתוב מאמרים אלו.

לסיום, העלון שאתם מחזיקים בידכם (או צופים בו דרך מסך המחשב) הינו העלון הראשון שהיה לי הכבוד לערוך. אני רוצה, בהזדמנות זו, להודות לנשיא האיגוד פרופ' זהר יוסיבאש ולחברי ועד האיגוד על ההזדמנות שנתנה לי לתרום לקהילת המכאניקה החישובית בישראל.

אשמח לשמוע מכל אחד ואחת מחברי האיגוד בנוגע לתכנים אשר הם היו מעוניינים לראות מופיעים בעלון. אנא פנו אלי במייל בכל שאלה או הצעה.

אתם מוזמנים לבקר באתר האיגוד בו תמצאו מידע על האיגוד ועל מכאניקה חישובית בארץ ובעולם (<http://www.iacmm.org.il>). באתר תוכלו לצרף עצמכם (ללא תשלום) לרשימת התפוצה האלקטרונית, להירשם כחברים באגוד או לחדש את חברותכם. טופס רישום לאיגוד ניתן למצוא ב- <http://www.iacmm.org.il/member>.

#### עדכונים מיום העיון הקודם:

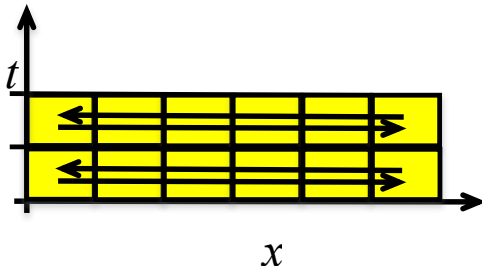
יום העיון ה-39 נערך ב-12.11.2015 בטכניון ואורגן ע"י פרופ' מחמוד ג'בארין ופרופ' יסכה גולדפלד. האורח, פרופ' פייר לאדואז' מאוניברסיטת סאקלי בפריז הוזמן לתת את הרצאת הפתיחה בנושא המרתק של Reduced Models in Nonlinear Solid Mechanics: State of the Art and Challenges. יום העיון היה מוצלח מאוד וכלל מספר רב של משתתפים מהאקדמיה והתעשייה.

אנו נתמקד בשיטה מסויימת מתוך משפחת DG, הידועה כשיטה המפורשת בתחום מרחב-זמן, אשר מתייחסת לזמן כמימד נוסף של האלמנט ומניחה כי השדות הלא ידועים הם בלתי רציפים בזמן. שיטה זו אטרקטיבית במיוחד לבעיות בהן הפתרון בזמן מפתח חזית חדה. ביכולתה של השיטה הזו לתאר בצורה חדה אי רציפיות, גראדיינטים חדים וחזיתות גלי ההלם. לשיטה זו קיים עוד יתרון ייחודי בכך שהיא מאפשרת בקלות רבה לשלב את הרשתות הבלתי מובנות בתחום מרחב-זמן (כלומר, ניתן להתקדם בצעדי זמן שונים באלמנטים שונים [4] - צעד הזמן כבר לא נשלט על ידי האלמנט הקטן ביותר ברשת).

גישה זו [1] הוצעה על ידי בר-יוסף (1989) לפתרון של מערכות היפרבוליות לא ליניאריות רב-ממדיות של המשוואות

$$\nabla_j u + \nabla_j f^j = g \quad (1)$$

כאשר,  $\partial_i = \partial / \partial x_i$ ,  $g = g(u, x)$ ,  $f^i = f^i(u)$ ,  $j = 1(1)m$  ו- $m$  מספר ממדי מרחב. גישה זו מבוססת על פיצול וקטורי השטף  $f$  והתקדמות הפתרון מאלמנט לאלמנט בכיווני המרחב קדימה ואחורה לסירוגין (איור 1) באופן איטרטיבי עד להתכנסות מלאה. באלגוריתם המוצע אי הרציפיות/קפיצות ברכיבי השטף המפוצל משוקללות לאורך כל גבולות האלמנט, וכתוצאה מכך נוצרת תופעת ה-upwinding.



איור 1. אלמנט סופי עם ממדי המרחב (x) והזמן (t). התקדמות הפתרון מאלמנט לאלמנט: קדימה ואחורה בממדי המרחב, ולמעלה בממד הזמן.

מאוחר יותר רעיון הזה פותח הלאה, הצמתים הזזו לנקודות גאוס [5] כדי לספק מענה ליעילות האלגוריתם, יציבות, דיסציפציה ודיספרסיה של השיטה הוערכו באופן איכותי וכמותי [6] ועוד.

לאחרונה, טרפר ובר-יוסף (2014) [7] העשירו גישה זו עם טכניקה חדשה וכללית יותר לפיצול וקטור השטף, ובכך הרחיבו את היקף התכולה של השיטה למגוון רחב יותר של בעיות, כולל הבעיות באלסטיות.

#### פיצול וקטור השטף

למרות שטכניקות לפיצול וקטורי השטף נפוצות באופן נרחב יותר באנליזות הפרשים סופיים, הן שימושיות גם בשיטות אלמנטים סופיים. על מנת לקבל סכימה מפורשת יציבה לפתרון נומרי של (1), מועיל לפצל את וקטור השטף  $f$  בהתאם לכיווני ההתפשטות של האינפורמציה בתחום מרחב-זמן, למשל על פי סימן. כיווני התפשטות הגלים במשוואה הדפרנציאלית (איור 2).



ISCM39 – פרופ' פייר לאדואז' לצד פרופ' מחמוד ג'בארין והועד המנהל של האיגוד.

#### ISCM-40

יום העיון ה-40 יתקיים ב-7 באפריל 2016, באוניברסיטת תל אביב, בפקולטה להנדסה ובית הספר להנדסה מכאנית (המארגנים הם פרופ' יצחק הררי ופרופ' סלבה קרילוב). המרצה המוזמן הוא פרופ' Djordje Peric מאוניברסיטת סוונסי באנגליה. פרטים נוספים ניתן למצוא באתר האיגוד ובהודעות לתפוצה.

#### שיטת גלרקין לא רציפה בזמן ובמרחב למערכות

##### היפרבוליות לא ליניאריות רב מימדיות.

דר' פבל טרפר, פרופ' פנחס בר יוסף – המחלקה להנדסת בניין, אוניברסיטת בן גוריון בנגב, באר שבע הפקולטה להנדסת מכונות, טכניון- המכון הטכנולוגי לישראל, חיפה.

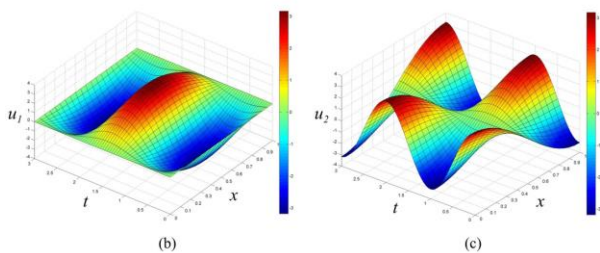
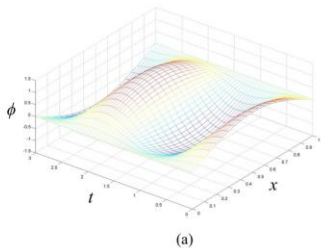
הרעיון של קירובי אלמנט סופי במימד הזמן פותחו והורחבו מאז סוף שנות השישים של המאה הקודמת [1]. מתוך אנליזת השגיאה והיציבות עבור שיטות שקלול שונות [2] שיטת גלרקין לא רציפה (Discontinuous Galerkin - DG) נמצאה אופטימלית. מקורה של שיטת DG נובע מחקר הפתרון הנומרי של משוואת ההסעה הליניארית של ניטרונים. מאז השיטה פותחה ונותחה באופן נרחב כולל שימוש נרחב בתחומים שונים כגון הידרודינמיקה חישובית, אקוסטיקה, אלקטרומגנטיות, אלסטיות ועוד. שיטת DG מאמצת קירובים לא רציפים של הפתרון על אלמנטים סופיים תוך קיום רציפות הפתרון בגבולות האלמנטים בצורה חלשה. כתוצאה מכך, ביכולתן של שיטות DG לטפל ברשתות לא סדורות, גאומטריות מורכבות וקירובים פולינומיאליים מסדרים שונים באלמנטים שונים. יתרה מזאת, שיטות DG הן יציבות, משמרות מקומית, בעלות דיוק מסדר גבוה, מתכנסות מהר וניתנות למחשוב מקבילי [3].

#### שיטת DG מפורשת בתחום מרחב-זמן

השיטה הוכיחה את עצמה עם פתרון של מספר בעיות מייצגות המבוססות על מודלים של מיתר הרוטט ותנודות אורכיות של מוט אלסטי עם היווצרות של גלי הלם.

### דוגמא

בכל הדוגמאות המשוואה השולטת היא מהצורה  $\partial^2 \phi / \partial t^2 = c^2 \partial^2 \phi / \partial x^2$  שעל ידי הורדת סדר מובאת למערכת מהצורה (1). במודל של מיתר רוטט:  $c^2 = c_0^2 (1 + \varepsilon \partial \phi / \partial x)^\gamma$  [8], כאשר  $\phi$  היא ההזזה ניצבת. הפתרונות עבור  $\phi$ ,  $u_1 = \partial \phi / \partial t$  (מהירות) ו-  $u_2 = \partial \phi / \partial x$  (שיפוע המיתר) מוצגים באיורים 3,4,7 עבור מקדמי  $c$  עם ערכי  $\gamma$  שונים כאשר הזזה התחלתית בצורת סינוס. ניתן לראות כי עם עליה בערך של עולה האי לינאריות של הבעיה, זמן המחזור מתקצר והפתרון נשבר בזמן מוקדם יותר. עבור המקרה עם  $\gamma = 1$  באיור 5 מוצגים חתכי המהירות ושיפוע המיתר בזמן  $t = 3.0$ , וקצב ההתכנסות עבור האלמנטים הבי-לינאריים ובי-קוואדראטיים באיור 6. במודל של מוט אלסטי:  $c^2 = c_0^2 / (1 + \varepsilon) [1 + \varepsilon / (1 + \partial \phi / \partial x)]^2$  [9], כאשר  $\phi$  היא ההזזה האורכית. הפתרונות עבור  $\phi$ ,  $u_1 = \partial \phi / \partial t$  (מהירות) ו-  $u_2 = \partial \phi / \partial x$  (עיבור) מוצגים באיורים 8 ו-9 עבור תנאי שפה והתחלה שונים. זמני השבירה של הפתרון הלא לינארי נמצאו תואמים את הפתרון האנליטי [8].



איור 3. פתרון עבור מודל המיתר עם  $\gamma = 0$ : (a) הזזה ניצבת, (b) מהירות, (c) שיפוע המיתר.

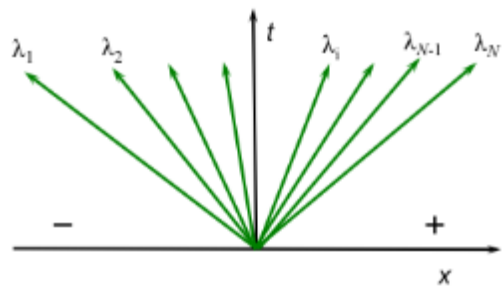
במהלך העשורים האחרונים, הוצעו מגוון טכניקות לפיצול וקטורי השטף  $f$ , אולם רובן פותח בעיקר עבור משוואות אוילר לדינמיקת גז שבהן  $f$  הוא פונקציה הומוגנית מדרגה ראשונה של  $u$ , כלומר  $f(u) = A(u)u$ ,

כאשר  $A(u) = \partial_u f$  היא מטריצת היעקוביאן.

למרבה הצער, לא כל המערכות ההיפרבוליות מספקות תכונה זאת. בין אלו שלא הן, למשל, משוואות הזרימה של מים רדודים ומשוואות של מכניקת מוצקים.

במטרה להרחיב את השיטה בכלל, ולבעיות במכניקת המוצקים בפרט טרפר ובר-יוסף (2014) [7] הציגו טכניקה כללית לפיצול וקטור שטף, שלא דורשת את תכונת ההומוגניות לעיל והמבוססת על פירוק של  $f$  לפי האופייניים.

למטריצת היעקוביאן  $A(u) = \partial_u f$  של המערכת מסדר  $N$  קיימים  $N$  ערכים עצמיים  $\lambda_j$ , שמשמעותם מהירויות אופייניות של התפשטות האינפורמציה, ו-  $N$  וקטורים עצמיים  $v_j$ , המבטאים את הכיוונים אופייניים המתאימים (איור 2).



איור 2. כיווני התפשטות האינפורמציה בתחום מרחב-זמן.

מהירויות תימדדנה כחיוביות בכיוון של הגדלת  $x$  ושליליות כאחרת. את  $f$  ניתן לפצל בכיוונים אופייניים  $v_j$  באופן הבא:

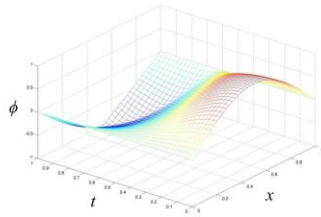
$$f = \sum_{j=1}^N \alpha_j v_j \quad (2)$$

כאשר  $\alpha_j$  הם מקדמי הוקטורים העצמיים הנקבעים על ידי פתרון ישיר של (2), שהיא למעשה מערכת אלגברית מסדר  $N$ . בהמשך, את וקטורי השטף ניתן לפצל לחלקים החיובי והשלילי באופן הבא:

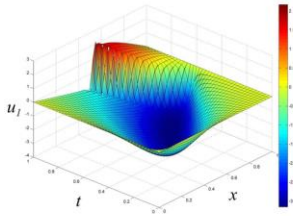
$$f = f^+ + f^- \quad (3)$$

כאשר  $f^- = \sum_{j, \lambda_j \leq 0} \alpha_j v_j$  ו-  $f^+ = \sum_{j, \lambda_j \geq 0} \alpha_j v_j$ , הם רכיבי

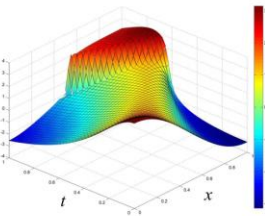
השטף בכיוון החיובי והשלילי של  $x$  בהתאמה. יש לציין כי, במקרה הכללי של בעיות לא לינאריות, ערכים עצמיים עשויים להשתנות בסימנים שלהם מנקודה לנקודה בתחום מרחב-זמן. משמעות הדבר היא כי פיצול השטף חייב להתבצע מחדש בכל איטרציה.



(a)

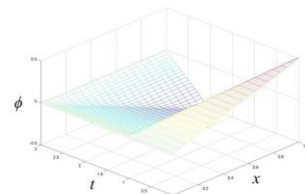


(b)

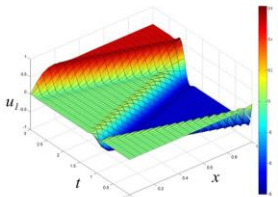


(c)

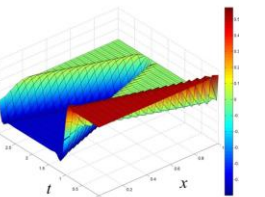
איור 7. פתרון עבור מודל המיתר עם  $\gamma = 2$ : (a) הזזה ניצבת, (b) מהירות, (c) שיפוע המיתר.



(a)

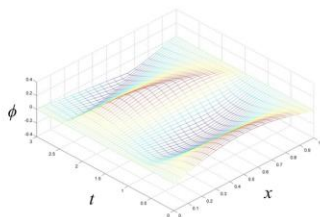


(b)

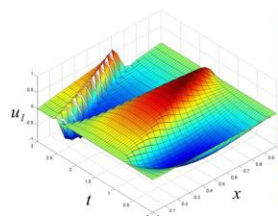


(c)

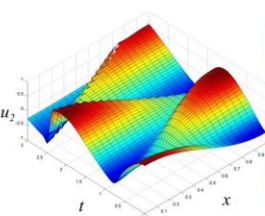
איור 8. פתרון עבור מוט אלסטי מוחזק בקצה ונתון להזזה התחלתית בקצה השני: (a) הזזה אורכית, (b) מהירות, (c) עיבור.



(a)

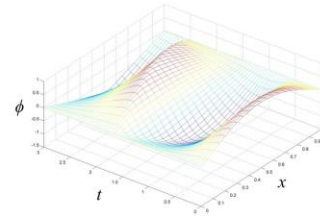


(b)

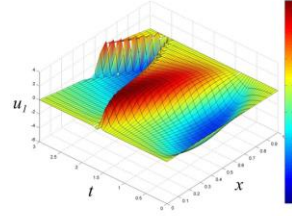


(c)

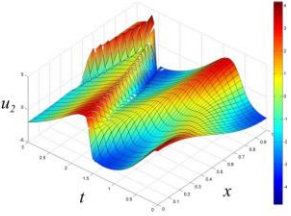
איור 9. פתרון עבור מוט אלסטי מוחזק בשתי קצוות ונתון להזזה התחלתית לאורך המוט בצורת סינוס: (a) הזזה אורכית, (b) מהירות, (c) עיבור.



(a)

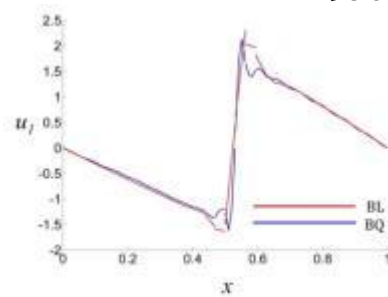


(b)

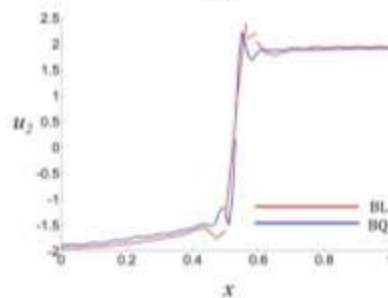


(c)

איור 4. פתרון עבור מודל המיתר עם  $\gamma = 1$ : (a) הזזה ניצבת, (b) מהירות, (c) שיפוע המיתר.

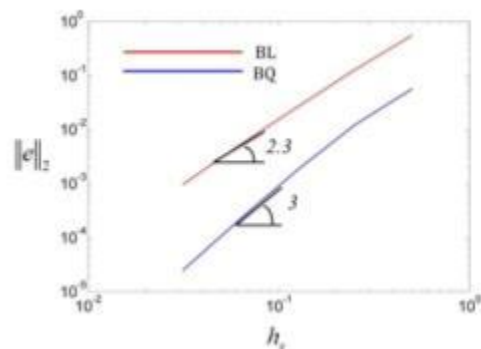


(a)



(b)

איור 5. פתרון עבור מודל המיתר עם  $\gamma = 1$ : (a) מהירות ו- (b) שיפוע המיתר בזמן  $t = 3.0$  עבור האלמנטים ב-לינאריים ובי-קוואדראטיים.



איור 6. פתרון עבור מודל המיתר עם  $\gamma = 1$ : קצבי התכנסות עבור האלמנטים ב-לינאריים ובי-קוואדראטיים.

## איפיון תכונות מכאניות של עיטוף גלילי דק

## דלדק גרעיני, המושפע מנזקי קרינה בשיטת

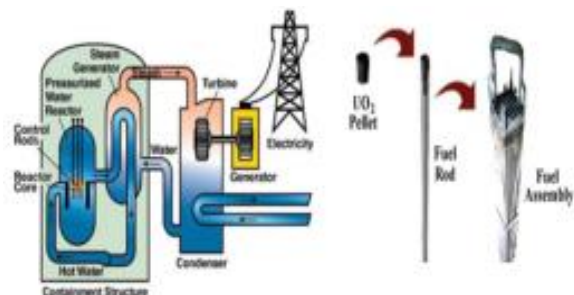
## Segmented Expanding Cone-Mandrel

## (SEM)

מתן טובול, ברק אוסטרייך - הפקולטה להנדסה גרעינית אוניברסיטת בן גוריון, קריה למחקר גרעיני נגב

## רקע

אחת הבעיות המשמעותיות ביותר בשימוש בדלק גרעיני (איור 1), היא אינטראקציה בין גלולת הדלק (pellet), לעיטוף (איור 2), המתרחשת, כתוצאה מהתנפחות הדלק בהקרנה (Swelling) תופעה זו שתוארה ע"י Sylvain et al (2008)<sup>1</sup>, יכולה להביא לכשל של העיטוף ולפיזור של מוצרי ביקוע רדיו-אקטיביים (בכורי כוח במצב עבודה נומינאלי ובמצב תקלה). מעקב אחר תכונותיו המכאניות של העיטוף לדלק גרעיני, משלב ההכללה ועד להוצאתו משירות של הדלק, חשוב בכדי ליצור בסיס נתונים עדכני, המאפשר הבנה של הגורמים המשמעותיים, ביותר המביאים לפגיעה בעמידותו המכאנית של העיטוף, M. Le Saux et al (2010)<sup>2</sup>. לשם כך, פותחו מגוון רחב של שיטות אפיון מכאניות, באמצעות ניתן לכייל מודלים, וכמובן לקבוע בצורה השוואתית, את השינוי בתכונות המכאניות של העיטוף, הנגרמות כתוצאה מניזקי קרינה.



איור 1 – משמאל לימין: תיאור סכמטי של תחנת כוח גרעינית, גלולת דלק, מוטית דלק (מספר גלולות ועיטוף) ומכלול דלק

מבין השיטות הרבות הקיימות בתחום זה מציאת תכונותיו המכאניות של עיטוף לדלק גרעיני על בסיס ניסוי המדמה מגע בין הדלק לעיטוף הוא התהליך המורכב ביותר. אחת השיטות מתבססת על הכנסת קונוס לתוך גליל המחולק לפלחים אשר מרחיב דגם בצורת טבעת הנחתך מן העיטוף והסקה של תכונות החומר האלסטו-פלסטיות מתוך תוצאות דחיקת הקונוס. שיטה זו נקראת segmented expanding cone-mandrel (SEM) (K.F.Nilsson et al (2011)<sup>3</sup> (איור 3). בתהליך ההרחבה של דגם הטבעת הפלחים אינם נושאים במאמצים היקפים והדפורמציה שלהם מזערית. יחד עם זאת, במהלך הניסוי בקצוות הסגמנטים מתקבלים ריכוז מאמץ ומעוות התלויים באופן הדוק בחיכוך שבין הסגמנטים

שיטת האלמנטים הסופיים המפורשת בתחום מרחב-זמן המבוססת על שיטת DG ומועשרת עם טכניקה כללית חדשה לפיצול וקטור שטף התקבל כאלגוריתם יעיל לקירובים נומריים לבעיות התחלה-שפה, במיוחד לאלה שכוללות גלי הלם בפנתרון. יתר על כן, היא גם כן תקפה לבעיות במכניקת מוצקים.

לשיטה זו יתרון פוטנציאלי נוסף לבעיות במכניקת מוצקים שכוללות עיוותים גדולים (בעיקר בחומרים רכים), מכיוון ששיטה זו במהותה היא אוילרית ומשתמשת ברשת קבועה, שבניגוד לרשת לאגראנג'ית, לא תסבול מעיוותים חריגים של האלמנטים במקרה של הזזות גדולות.

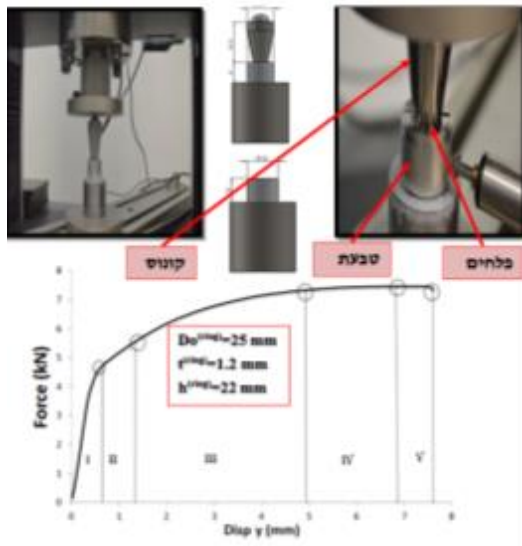
## מקורות

- [1] Bar-Yoseph, P. (1989): Space-time discontinuous finite element approximations for multi-dimensional non-linear hyperbolic systems. *Computational Mechanics*, vol. 5, pp. 145-160.
- [2] Bar-Yoseph, P. (2000): Time finite element methods for initial value problems. *Applied Numerical Mathematics*, vol. 33, pp. 435-445.
- [3] Cockburn, B., Karniadakis, G., Shu, C.W. (Eds.), 2000. Discontinuous Galerkin Methods: Theory, Computation and Applications. Lecture Notes in Computational Science and Engineering 11, Springer Verlag: Berlin.
- [4] Bar-Yoseph, P., Moses, E. (1997): Space-time spectral element methods for unsteady convection-diffusion problems, *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, vol. 7(2), pp. 215 – 235.
- [5] Bar-Yoseph, P., Elata, D. (1990): An efficient  $L_2$  Galerkin finite element method for multi-dimensional nonlinear hyperbolic systems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 29, pp. 1229-1245.
- [6] Bar-Yoseph, P., Elata, D., Israeli, M. (1993): On the generalized  $L_2$  Galerkin finite element method for linear hyperbolic equations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 36, pp. 679-694.
- [7] Trapper, P.A., Bar-Yoseph, P.Z. (2014): Space-time discontinuous Galerkin method based on a new generalized flux vector splitting method for multi-dimensional nonlinear hyperbolic systems. *CMES: Computer Modeling in Engineering & Sciences*, vol. 103(1): pp. 19-47.
- [8] Zabusky, N.J. (1962): Exact Solution for the Vibrations of a Nonlinear Continuous Model String. *Journal of Mathematical Physics*, vol. 3, pp. 1028-1039.
- [9] Rubin, M.B. (2005). *Personal communication*

זו מתורגמת התנועה הצרית של המקב לתנועה רדיאלית של הטבעת לפי.

$$U_r = U_y * \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad .1$$

איור 4 מציג את המכונה, הדגם והמערכת אשר שימשה בניסוי, בנוסף לעקום כוח תזוזה אופייני לניסוי זה.



איור 4- תאור הניסוי והשיטה אשר שימשה לתיקוף המודל.

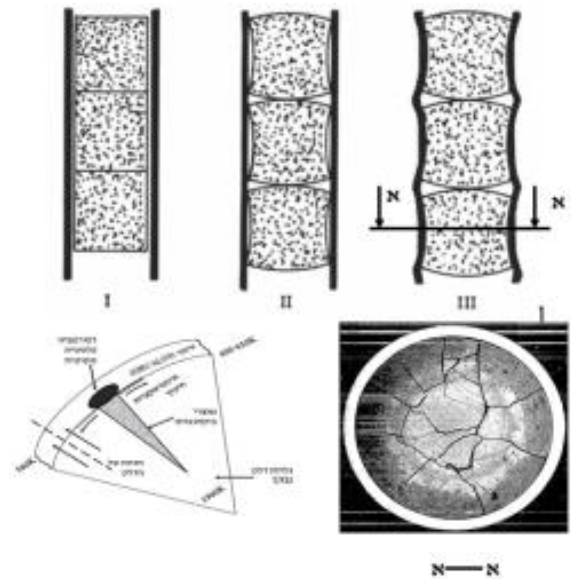
### מודל אלמנט סופי

עקב מורכבות משטר המאמצים המתפתחים בדגם הניסוי ובכדי להעריך את האינטראקציה בין הפלח והעיטוף, פותח מודל אלמנט סופי בשימוש בתוכנת ANSYS. הגיאומטריה התלת מימדית כוללת שלושה נפחים שונים אשר מתארים מקטע של קונוס, פלח טבעת ובסיס. משיקולי סימטריה בחרנו לייצג רק מחצית ממקטע לאורך קו בו  $\phi = 0^\circ$  ולאורך הקו  $\phi = 360^\circ/N$  כאשר N הוא מספר הפלחים.

רישות המודל נעשה לפי אזורי עניין כאשר האלמנט (Solid186) אשר נבחר לשמש במודל הינו אלמנט תלת מימדי קובי (quadratic) מסדר גבוה בעל (20 נקודות אינטגרציה) 8 צמתים בכול פאה המתאים לתיאור בעיות הכוללות עיבורים ותזוזות גדולות. באיור 5 ניתן לראות את צורת הרישות שיושמה במודל כאשר באזור הדגם בחתך בעל עובי של 1.2 מילימטר נקבעו 3 אלמנטים (בעובי) ובאזור בו נוצר מרווח בין הסגמנטים עוונה הרשת.

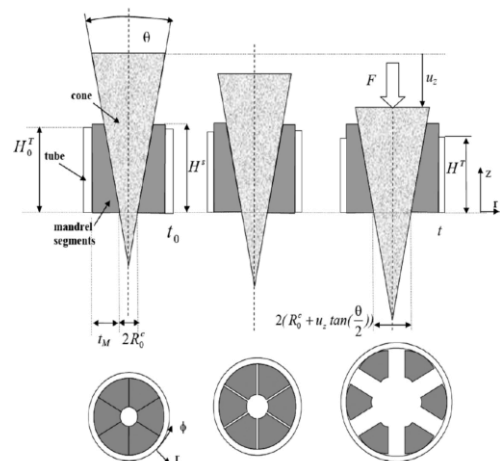
גודל האלמנט הממוצע בכלל המערכת פרט לטבעת עמד על 0.6 מילימטר בעוד בטבעת על 0.35 מילימטר. אזור המגע בין הנפחים רושת בנפרד על ידי אלמנטים המתאימים לכך לפי האלגוריתם הקיים בתוכנה. תנאי שפה- תנאי השפה במודל נקבעו כפי שמתואר באיור 5 כאשר הפרמטר שנקבע בכדי לדמות את הניסוי הוא תזוזה אינקרימנטלית שנקבעה בהתאם לתזוזת גשר המכונה אשר התקבלה בניסוי.

ודופן הדגם (טבעת). תהליך זה ניתן לתיאור באמצעות מודלים מתמטיים לא ליניאריים המתחשבים בגורמים כמו תזוזות גדולות ועיבורים גדולים, בעיקר בעזרת מודל אלמנט סופי.



איור 2 – למעלה חתך אורכי של אלמנט דלק הכולל מספר גולות ועיטוף בשלבי היצמדות שונים. למטה חתך רוחבי המציג את השברים הרדיאליים הנוצרים בדלק

מחקר זה עוסק בבחינה של שיטת הרחבת דגם טבעת בעזרת קונוס ופלחים לשם איפיון של תכונותי המכאניות של עיטוף לדלק גרעיני (SEM). מטרת המחקר היא בחינת התאמתה של שיטה זו לתיאור התכונות המכאניות של דגם טבעת, במתיחה חד צרית, על ידי שחזורו של העקום האלסטו-פלסטי.



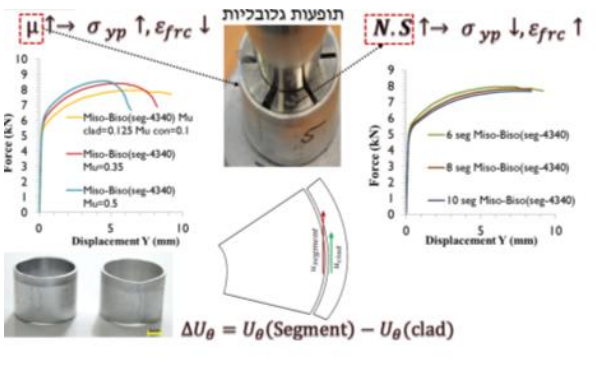
איור 3- תיאור סכמטי של שיטת ה-SEM במצבי העמסה שונים. משמאל לימין מיקום של הקונוס והפלחים בתוך דגם הטבעת, דיפורמציה נמוכה, דיפורמציה משמעותית.

### תיאור הניסוי

מערכת ה-SEM מורכבת מסדרה של פלחים המיוצרים מגליל אשר במרכזו קיים קדח קוני ממרכז. פלחים אלו ממוקמים בתוך מקטע צינור (טבעת) (איור 5). בכדי לבצע את ניסוי ה"הרחבה" של הדגם הנבדק, מוכנס קונוס בעל זווית של 20 מעלות (בדומה לקדח) ובצורה

מגע גבוהים בניסוי ובמודל. 3. אזור הופעת הצוואר בדגם הטבעת ניסוי אל מול חישוב, עבור מקדמי חיכוך גבוהים

באיור 7 ניתן תיאור גרפי לניתוח רגישות פרמטרי, שבוצע בעזרת המודל, ניתן היה להבחין במגמה ברורה המתארת עליה בכוחות התגובה במערכת עם העליה במקדמי החיכוך ובנוסף ניתן היה להבחין בתרומה יחסית שולית לכוחות התגובה במערכת ברמה הגלובלית עם העליה במספר הפלחים. לתוצאות הנ"ל חשיבות רבה, מכיוון שבעבודתו של K.F.Nilsson et al (2011)<sup>3</sup> נעשה ניסיון לשחזר את עקום החומר האלסטו פלסטי המלא (עבור מתיחה) מתוך עקום הכוח תזוזה שמתקבל בניסוי, מתוך הנ"ל ניתן לומר שבעת ניסיון לשחזר את עקום החומר לכוחות החיכוך במערכת השפעה רבה על מידת הדיוק המתקבלת. בנוסף התזוזה הטוטאלית בכיוון ההיקפי בתחום העניין שלנו, מורכבת מתזוזה של הפלח (סגמנט) ומהתזוזה של העיטוף, כאשר במצב של "החלקה" במקדם חיכוך נמוך תתאפשר תנועה יחסית בין הפלח לדגם, בעוד במצב בו ישנם מקדמי חיכוך גבוהים וישנה "הדבקה", התזוזה כמעט שווה (אין תזוזה יחסית) ולכן יתרחשו עיבורים גדולים יותר באזור המרווח. דבר זה יכול אף להשפיע על התפלגותו של העיבור ההיקפי, בחלקה החיצוני והפנימי של הטבעת והסיבה לכך היא השינוי החד בגרדיאנט התזוזה ההיקפית  $\frac{\partial U_\theta}{\partial \theta}$  (כאשר  $\theta$  בכיוון ההיקפי).



איור 7- ניתוח רגישות של שיטת ה SEM בעזרת מודל אלמנט סופי. מימין עקום המתאר מגמה של ירידה קלה בכוח התגובה עבור עליה במספר הפלחים (6,8,10). משמאל עקום המתאר עליה בכוח התגובה וירידה בתזוזת במקב עבור עליה במקדם החיכוך. למטה תיאור סכמטי של השינוי בתזוזה ההיקפית כפונקציה של הצמדה.

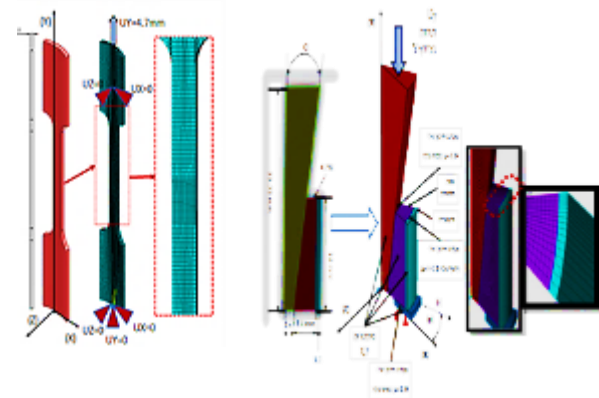
### סיכום

מחקר זה בחן את ההתאמה בין ניסוי הרחבת טבעת בשיטת SEM, עבור מספר פלחים משתנה, בתנאי חיכוך שונים, לבין מודל נומרי של ניסוי זה, בנוסף לניתוח רגישות על בסיס מודל. תכונות החומר (חוק קונסטטיטטיבי) אשר שימשו במודל נקבעו מתוך ניסוי מתיחה, בנוסף לקבועים הרלוונטיים למודל חומר המשלב נזק. מקדמי החיכוך נקבעו לערכים מייצגים, ולפי ניסויים שבוצעו בתנאים דומים. לאחר שניתן היה לקבוע, שתוצאות האנליזה הנומרית מייצגות בצורה אמינה את תוצאות הניסוי,

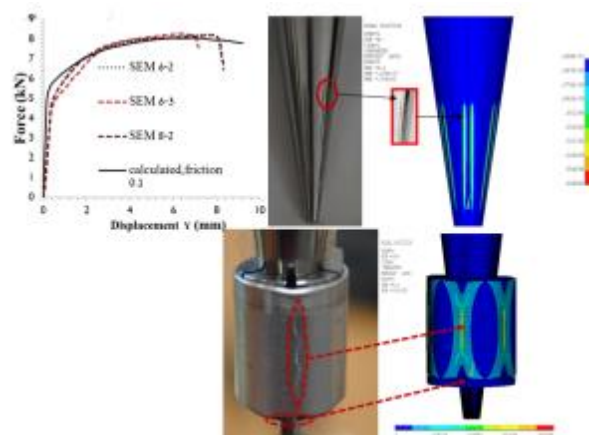
תכונות אלסטו-פלסטיות- התכונות שהוזנו למודל התחלקו לשתיים בכדי לתאר את רכיבי המערכת פרט לדגם הטבעת נעשה שימוש בקירוב לעקום בי-ליניארי לתכונות שהוצאו מהספרות עבור (HRC 56) Maraging-250 ועבור פלדת (HRC 35) 4340 (J.R. Davis, 1996)<sup>6</sup> (מבוסס בדיקת קושי). לאזור הליניארי ניתן תיאור לפי הקבועים הרלוונטיים (מודל יאנג ומקדם פואסון) ובכדי לתאר את האזור הפלסטי נעשה שימוש במודל סגנציאלי Tangent modulus (עבור תיאור של פלסטיות אפשרית ברכיבי המערכת). בכדי לתאר את תכונותיו האלסטו-פלסטיות (חוק קונסטטיטטיבי) של דגם הטבעת ובכדי לתאר את הקשר בין טנזור העיבור לטנזור המאמץ נעשה שימוש בקרטיון כניעה וכשל (v.mises&gurson) (Needleman A.L.Gurson et al (1977)<sup>4</sup>, Tvergaard (1984)<sup>5</sup>) המהווה מדד למצב המאמצים הרב ציריים אותו ניתן להשוות למאמץ במתיחה חד צירית, הקשר עיבור מאמץ (חד צירי) נמצא בעזרת ניסוי מתיחה.

מודל ניסוי מתיחה

מודל 3D SEM



איור 5 – תאור מודל אלמנט סופי. מימין פלח מייצג (1/12) של מערכת ה SEM. משמאל מודל של דגם מתיחה אשר שימש לקביעת העקום האלסטו פלסטי ומודל החומר של דגמי הטבעת.



איור 6 – תיקוף המודל. משמאל לימין עם כיוון השעון: 1. השוואה בין עקום כוח תזוזה שהתקבל במודל לתוצאות של מספר ניסוי SEM עם 8 פלחים. 2. עדות למאמצים פלסטיים בקונוס עכב מאמצי

**מקורות**

- [1] Sylvain Leclercq, Aurore Parrot , Maurice Leroy, "Failure characteristics of cladding tubes under RIA conditions," Nuclear Engineering and Design, vol. 238, p. 2206–2218, 2008.
- [2] M. Le Saux , J. Besson, S. Carassou, C. Poussard, X. Averty , "Behavior and failure of uniformly hydrided Zircaloy-4 fuel claddings between 25 C and 480 C under various stress states, including RIA loading conditions," Engineering Failure Analysis , vol. 17, p. 683–700, 2010.
- [3] Karl-Fredrik Nilsson, Oliver Martin, Cesar Chenel-Ramos, Jose Mendes, "The segmented expanding cone-mandrel test revisited as material characterization and component test for fuel claddings," Nuclear Engineering and Design, vol. 241, p. 445–458, 2011.
- [4] A. L. Gurson , "Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth: Part I—Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Media," Journal of Engineering Materials and Technology , Vols. 2-15, no. 99, p. 14 , Jan 01, 1977
- [5] Needleman A, Tvergaard V, "An analysis of ductile rupture in notched bars," Journal of the Mechanics and Physics of Solids , vol. 32, no. 6, pp. 461-490, 1984.
- [6] J.R. Davis, Davis & Associates, ASM Specialty Handbook - Carbon and Alloy Steels, International, Metals Park, OH, 1996.
- [7] "ANSYS APDL Theory Ref, General Element Formulation"

- שינוי צורתו (אי יציבות גיאומטרית) של דגם הטבעת, תלוי רבות בערכו של מקדם החיכוך. ניתן היה להבחין בתלות זו בתוצאות הניסוי, כמו גם בתוצאות החישוב.
- נמצא קשר בין גודלו של מקדם החיכוך, לבין גודלה של התזוזה הצירית וכוח התגובה ברמה הגלובלית, בנוסף לגודלו של העיבור ההיקפי המתקבל בדגם.
- התבוננות באזורי המגע בין הקונוס לפלחים העידו על מאמצי מגע לא זניחים, אשר יכולים, בתנאים בהם ערכי החיכוך גבוהים במערכת העשויה פלדת 4340, להביא לשחיקה ולפלסטיות מקומית, המתבטאת בעלייה בכוח התגובה ובפגיעה בהדירות של המערכת.
- ההתאמה הקיימת בין התוצאות אשר התקבלו בניסוי, לאלו אשר התקבלו בחישוב בתנאי סיכוך שונים, יכולה לשמש כבסיס לשיטה למציאתם של מקדמי החיכוך במערכת ה-SEM, על ידי כיוולם של ערכי החיכוך בהשוואה לניסוי.
- מצב המאמצים הנצפה בדגם הטבעת עבור ערכי חיכוך גבוהים, שונה ממקרה חד צירי ואינו מתאים לתיאור של תכונותיו המכאניות של הדגם הנבדק (בשונה מניסוי מתיחה חד צירי סטנדרטי). עם זאת, התנהגות זו מייצגת בצורה טובה יותר את תנאי העומס, להם נתון העיטוף (אינטראקציה מכאנית בין דלק גרעיני לעיטוף).
- מתוך ניתוח תוצאותיו של המודל התלת ממדי ניתן לומר כי, במקרים בהם מקדם החיכוך בין הפלח לדגם הטבעת נמוך מאוד, מדובר בקירוב טוב למקרה אקסיסמטרי. אולם מצב זה מתאפשר רק בעיבורים קטנים ועבור מספר פלחים אופטימלי (בין 8 ל-10).
- עבור מקדמי חיכוך גבוהים, מצב המאמצים בדגם הטבעת אינו חד צירי. מצב זה מייצג בצורה טובה יותר את תנאי העומס בהם נתון העיטוף (PCMI), אך אינו מתאים לשחזור תכונות מכאניות של חומר במתיחה.
- צורת הופעתו של הכשל (צוואר) רגישה מאוד לגודלו של מקדם החיכוך. על אף שמקובל להתייחס לעיבור טוטאלי בשיטות מסוג זה, שימוש במודל נזק בעבודה זו מאפשר תיאור נכון יותר של פילוג העיבורים והמאמצים בדגם.
- היחס בין רכיבי המאמץ  $(\sigma_z/\sigma_\theta)$  משתנה בהתאם למידת ההצמדה וגודלו של מקדם החיכוך, והוא נע בין 0.3 ל-0.5 עבור המאמצים המקסימליים בכול כיוון. מצב זה מביא לעיבורים דו ציירים, בשונה מדגמי מתיחה סטנדרטים, לבחינת תכונות מכאניות, אשר בהן מתואר מצב חד צירי.